Proportionnalité

1) Reconnaître une situation de proportionnalité

Deux grandeurs sont ***proportionnelles*** si l'on peut calculer l'une en ***multipliant*** (ou en divisant l'autre par un nombre, toujours le même.
Ce nombre (multiplicateur) est appelé ***coefficient de proportionnalité***.

Exemples de grandeurs proportionnelles de la vie courante

1. La quantité d'essence et le prix payé pour faire le plein d'essence (On multiplie la quantité d'essence par le prix au litre (toujours le même) pour trouver le prix du plein.)
2. la masse de fruits ou légumes et le prix payé à la pesée.
3. la quantité d'ingrédients d'une recette et le nombre de personnes.

Exemples de grandeurs non proportionnelles

1. L'âge de deux personnes : *Raphaël a 3 ans et sa mère 25 ans.*
   Lorsque Raphaël aura 30 ans, sa mère aura-t-elle 250 ans ?
2. L'âge et la taille d'une personne :*A 10 ans, Léo mesurait 1,20 m. Combien mesure-t-il à 30 ans ?*

Les résultats ne sont pas vraisemblables, donc il n'y a pas proportionnalité entre les deux grandeurs

2) Reconnaître un tableau de proportionnalité

Certaines situations sont représentées par un tableau.

15	20	35
18	24	42

3	15	24
2	10	16

12	20	45
30	50	99

Méthodes pour savoir s'il s'agit d'une situation de proportionnalité.

1) On cherche s'il existe un coefficient de proportionnalité :

$15 \times \textbf{?} = 18$ $\textbf{?} = \frac{18}{15}$ $\textbf{?} = \mathbf{1{,}2}$	$3 \times \textbf{?} = 2$ $\textbf{?} = \mathbf{\frac{2}{3}}$	$12 \times \textbf{?} = 30$ $\textbf{?} = \frac{30}{12}$ $\textbf{?} = \mathbf{2{,}5}$

2) On vérifie que ce nombre permet de passer de la 1$^{\text{ère}}$ ligne à la 2$^{\text{ème}}$ ligne pour chaque colonne :

$20 \times \mathbf{1{,}2} = 24$ $35 \times \mathbf{1{,}2} = 42$	$15 \times \frac{2}{3} = 10$ $24 \times \frac{2}{3} = 16$	$20 \times \mathbf{2{,}5} = 50$ $45 \times \mathbf{2{,}5} = 112{,}5 \neq 99$

3) On conclut.

Donc, c'est un tableau de proportionnalité. Le coefficient de proportionnalité est 1,2.	Donc, c'est un tableau de proportionnalité. Le coefficient de proportionnalité est la fraction $\frac{2}{3}$	Donc, ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

3) Résoudre un problème par un tableau de proportionnalité

Exemple
Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle parcourt 195 km en 3 heures. Combien parcourt-elle de kilomètres en 2 h ? en 9 h ? en 1h 30min ? en 5 h ?

1. Repérer les deux grandeurs qui interviennent et leurs unités.
   Ici ; les deux grandeurs sont : *- la distance parcourue en km*
   - la durée en h

2. Vérifier que ce sont bien deux grandeurs proportionnelles.
   Ici, la voiture roule toujours à la même vitesse, donc il y a proportionnalité.

3. Construire le tableau.

Durée(en h)	3	2
Distance parcourue (en km)	195	

On met la durée en 1^er^ car 2 valeurs de cette grandeur sont données.

Méthode 1 : **En utilisant le coefficient de proportionnalité**

Durée (en heures)	3	2
Distance (en km)	195	**130**

$\times 65$

$195 \div 3 = 65$

$2 \times 65 = 130$

Le **coefficient de proportionnalité ,** c'est la distance parcourue en 1 h.
La distance parcourue en deux heures est 130 km.

Méthode 2 : **En multipliant ou divisant avec les colonnes**

$\div 2$

$\times 3$

Durée (en heures)	3	9	1,5
Distance (en km)	195	**585**	**97,5**

9 h, c'est ***3 fois plus*** *long que 3 h.* $195 \times 3 = 585$
1 h 30 min, c'est ***2 fois moins*** *long que 3 h* $195 \div 2 = 97{,}5$
La distance parcourue en 9 heures est 585 km. La distance parcourue en 1h 30 min est 95,5 km.

Méthode 3 : **En ajoutant 2 colonnes**

+

Durée (en heures)	3	2	5
Distance (en km)	195	130	**325**

On a : 3 h + 2 h = 5 h *Donc, on ajoute les distances* *195 + 130 = 325*
La distance parcourue en 5 heures est 325 km.

Remarque :
Dans un tableau de proportionnalité, si on connaît 3 valeurs sur 4, alors on peut calculer la 4^e^ valeur.
On dit que l'on calcule ***la 4^e^ proportionnelle.***

4) Exemples de proportionnalité

1- Les pourcentages

a. *Prendre un pourcentage*

Exemple **:**

80 % des 560 élèves d'un collège font Anglais LV1 . Combien d'élèves étudient l'Anglais en première langue?

On se ramène à une situation de proportionnalité en considérant un collège de 100 élèves.

Nombre d'élèves	100	560
Nombre d'Anglais LV1	80	x

$\times \frac{80}{100}$

$$x = 560 \times \frac{80}{100}$$

$$x = 448$$

Donc, 448 élèves sur 560 étudient l'Anglais en première langue.

b. *Calculer un pourcentage*

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle.

Exemple :	252 élèves d'un collège de 720 élèves font partie de l'Association Sportive. Quel est le pourcentage d'élèves du collège inscrit à cette association ?

On cherche le nombre d'inscrits à l'A.S. s'il y a 100 élèves au collège.

Nombres d'élèves	720	100
Nombre d'élèves à l'AS	252	x

$\times \frac{252}{720}$

$$x = \frac{252}{720} \times 100$$

$$x = 35$$

Il y a 35% des élèves *inscrits de l'Association Sportive.*

2- Conversion sur les unités de temps

1 h = 60 min **1 min = 60 s**

Exemples:
convertir 1h 45 min en minutes.

1 h 45 min = 60 min + 45 min
1 h 45 min = 105 min

Exprimer 87 min en heures

Durée (en h)	1	t
Durée (en min)	60	87

$t = 87 \div 60 = 1{,}45$

87 min = 1,45 h

Attention : *1,45 h ne signifie pas 1 heure et 45 minutes !*

3- Echelles

Lorsqu'un plan est fait à une certaine ***échelle***, cela signifie que les longueurs réelles et les longueurs mesurées sur le plan **exprimées dans la même unité** sont proportionnelles.

$$\textit{échelle} = e = \frac{\text{longueur.du.dessin}}{\text{longueur.réelle}}$$

Si $e > 1$, c'est un agrandissement.

Si $e < 1$, c'est une réduction.

Exemples:

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{500.000}$,

1. Quelle longueur de route est représentée par un segment de 3 cm ?
2. Par quelle longueur est représentée une portion de route de 10 km ?

Dimension sur la carte (en cm)	1	3	y
Dimension réelle (en cm)	500 000	x	1 000 000

×

$x = 3 \times 500\,000$
$x = 15\,000\,000$ cm
$x = 15$ km

3 cm sur la carte représentent 15 km.

10 km = 1 000 000 cm
$y = 1\,000\,000 \div 500\,000$
$y = \ = 2$ cm

Une portion de route de 10 km sera représentée par un segment de 2 cm.

***Complément:* calculer l'échelle.**

Sur une carte, 3 cm représentent 1,2 km.
Quelle est l'échelle de cette carte ?

1,2 km = 120 000 cm

$$e = \frac{3}{120.000} = \frac{1}{40.000}$$

la carte est à l'échelle $\frac{1}{40.000}$.